적분개념

1. Type

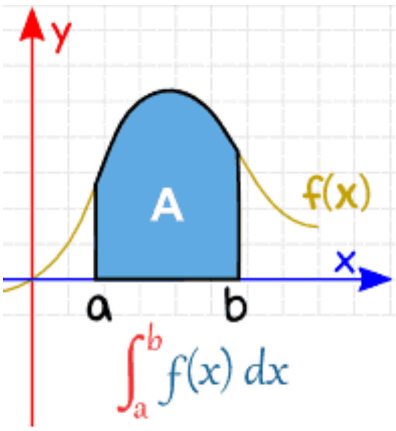
Definite and Indefinite Integrals

$$\int_a^b f(x)dx \qquad \int f(x)dx$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx,\ F'(x) = f(x)$$

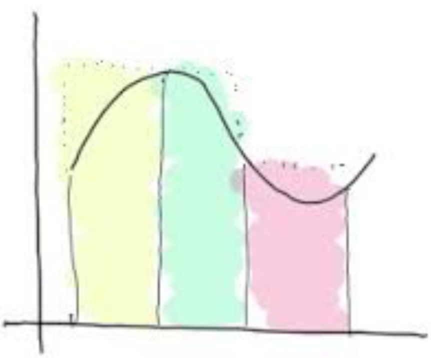
2. 정적분 definite integral

1. 함수 면적



함수와 x-축 사이의 면적

2. Riemann 적분



면적을 구할 수 있는 사각형으로 분할 하여 면적 계산

3. 부정적분 indefinite integral

미분과 적분의 역 개념을 이용 $\int f(x)dx = F(x) + c$

만약 함수 f(x) 의 모든 정의역(x의 범위)에서 F′(x) = f(x) 이라면 함수 F(x) 는 f (x) 의 역-미분 (anti-derivative), 적분함수라 한다. 이처럼 적분은 미분의 역이다.

그러므로 적분의 결과를 미분하면 원 적분함수가 된다.

정적분과 부정적분 관계

Newton Leibniz show that $\int_{-\infty}^{x} f(x)dx = F(b) - F(a)$

4. 적분 순서

1. 적분 구간 (a,b)를 f(x)가 양과 음인 구간으로 나뉜다. -> 통계의 모든 확률 분포 함수는 함수값(f(x), 확률)이 0보다 크므로 음인 구간을 고려할 필요가 없음
2. 함수 f(x)의 부정적분 F(x)을 구한다.
3. 각 서브구간에서 F(b) – F(a) 식에 의해 정적분을 구한다.
4. 정적분값이 음인 경우에는 +로 바꾸어 서브구간의 면적을 합친다. *)통계학의 적분에서는 위와 같은 이유로 고민할 필요가 없다

5. 다항식 적분

1) $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, ($a$ 는 상수임)

(역미분) $f(x) = ax^n$ -> 미분하면 $\dfrac{df(x)}{dx} = f'(x) = anx^{n-1}$

$$F(x) = \int anx^{n-1}dx = anx^n$$

(활용방법) $\int \frac{\sqrt{x}}{3} + \frac{x^2}{4}dx = (2/9)x^{3/2} + x^3/12$

순서 1) + 로 연결된 항은 각각 적분한다.

순서 2) 먼저 $\frac{\sqrt{x}}{3}$을 고려해 보자. 상수를 제외하고 $\sqrt{x}$ 만 보자

순서 3) 무엇을 미분하면 $\sqrt{x}$ 형태가 되나? $x^{3/2}$이다.

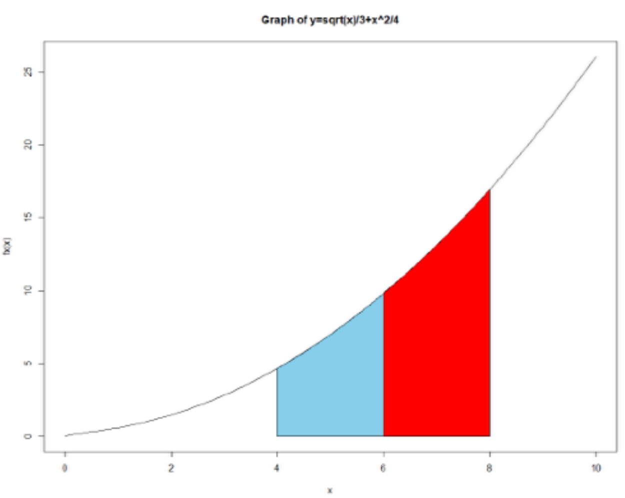
순서 4) $(x^{3/2})' = 3/2x^{1/2}$ 이것과 원 함수와 비교해 보자.

$3/2x^{1/2}$, $\sqrt{x}/3$ => 원 적분 대상 함수의 상수항이 1/3이어야 하는데 $x^{3/2}$을 미분하면 -> 3/2이다. -> 그러므로 $\int \frac{\sqrt{x}}{3} = (2/9)x^{3/2}$임

R프로그램

```
x<-seq(0,10) # range of x
fx<-function(x){sqrt(x)/3+x^2/4} #define function
plot(x,fx(x),main='Graph of y=x^(1/2)/3+x^3/12', type='l')

fx<-function(x){sqrt(x)/3+x^2/4}
x1 <- c(4,seq(4,6,0.01),6)
y1 <- c(0,fx(seq(4,6,0.01)),0)
x2 <- c(6,seq(6,8,0.01),8)
y2 <- c(0,fx(seq(6,8,0.01)),0)
curve(fx(x),xlim=c(0,10),main='Graph of y=sqrt(x)/3+x^2/4')
polygon(x1,y1,col='skyblue')
polygon(x2,y2,col=‘red')
```



```
integrate(fx,4,8)  #use function
Fx<-function(x){2/9*x^(3/2)+x^3/12} #integral function
f<-expression(2/9*x^(3/2)+x^3/12);D(f,'x') #check integral right
Fx(8)-Fx(4)   #use F(x) - indefinite integral

#Riemann Integral - finite integral
area1<-0; area2<-0 #set initial value in area object
for (k in seq(4,8,0.001)){
  area1<-area1+fx(k-0.001)*(0.001)
  area2<-area2+fx(k)*(0.001)
} #area sum
area1; area2 #integral value
```

```
> Fx(8)-Fx(4)    #use F(x) - indefinite integral
[1] 40.58387
> area1; area2 #integral value
[1] 40.5824
[1] 40.59468
```

(질문2) 왜 area1, area2 면적의 차이가 날까? (면적 구하는 부분을 색칠해 보자) 정확한 적분 값은 40.58로 사이 값임 (면적을 1,000개로 나누었음) 물론 10,000개로 나누면 두 값은 차이는 더 적어지겠지만